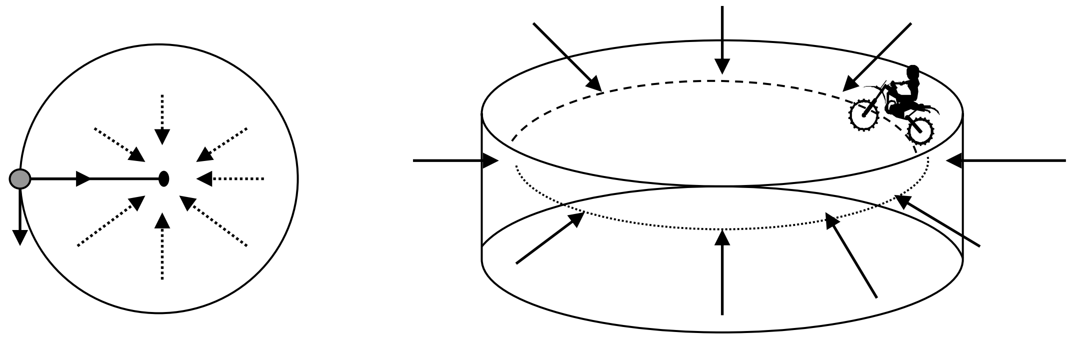
การเคลื่อนที่แบบวงกลม

การเคลื่อนที่แบบวงกลม

วัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง แสดงว่ามีแรงกระทำในทิศแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ไม่ว่าจะมีทิศทางเดียวกัน หรือตรงกันข้ามผลจะทำให้การเคลื่อนที่นั้นเคลื่อนที่เร็วขึ้นหรือช้าลง โดยแนวการเคลื่อนที่จะอยู่ในแนวเดิม (เส้นตรง)

วัตถุจะเคลื่อนที่เป็นแนวโค้งแบบ โพรเจกไทล์ เมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุนั้นในแนวทำมุมใดๆกับการเคลื่อนที่ตลอดเวลา

แต่ถ้าวัตถุใดมีแรงกระทำต่อวัตถุนั้นในทิศทำมุม 90 องศากับทิศการเคลื่อนที่นั้น ผลจะทำให้วัตถุนั้นเคลื่อนที่เป็นแนวโค้งแบบวงกลม วัตถุที่ถูกผูกด้วยเชือกแกว่งให้เคลื่อนที่เป็นวงกลม เราจะต้องออกแรงดึงเชือกไว้คลอดเวลา แรงนี้จะมีทิศเข้าสู่ศูนย์กลางคือตำแหน่งที่เราจับเชือกไว้ หรือ การขับรถจักรยานยนต์ไต่ถังเป็นวงกลม จะมีแรงจากผนังกระทำต่อรถจักรยานยนต์ตลอดเวลาในทิศตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ และแรงจากผนังที่กระทำต่อรถจักรยานยนต์จะมีทิศเข้าสู่ศูนย์กลาง จึงเรียกแรงนี้ว่าแรงสู่ศูนย์กลาง ($\vec{F}_c$) ดังรูป 1.



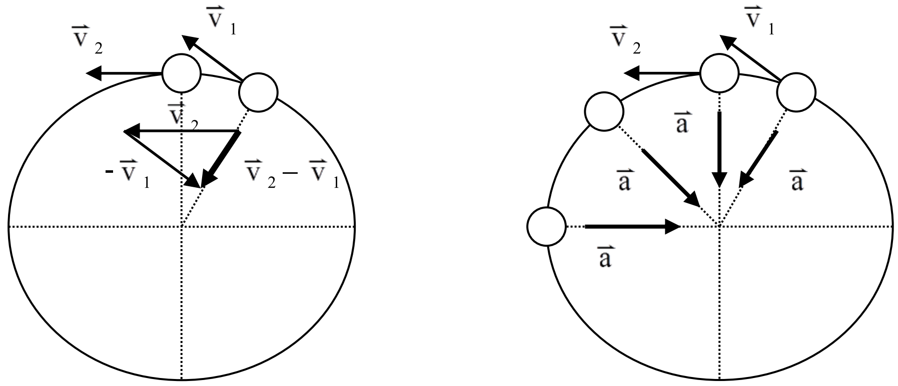
รูป 1. วัตถุที่ถูกแกว่งเป็นวงกลม และ รถจักรยายนต์ไต่ถัง

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน วัตถุจะเปลี่ยนไปจากสภาพเดิม เมื่อมีแรงที่ไม่เท่ากับศูนย์มากระทำ แสดงว่าแรงลัพธ์ที่มากระทำต่อวัตถุที่เคลื่อนที่เป็นแนวโค้งแบบวงกลม จะต้องเป็นแรงสู่ศูนย์กลาง ดังนั้นสมการของแรงสู่ศูนย์กลางจะได้ดังนี้

จาก $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

จะได้ $\vec{F}_c = m\vec{a}_c$

ความเร่งที่เกิดขึ้นกับวัตถุจะมีขนาดและทิศทางเท่าไร และอย่างไร



รูป 2. แสดงทิศของความเร่งของวัตถุ ที่เคลื่อนที่แบบวงกลม

จากรูป 2. เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงความเร็ว($\vec{v}_2 - \vec{v}_1$)ในช่วงเวลา t จะเกิดความเร่งของวัตถุขึ้น โดยความเร่งจะมีทิศเข้าสู่ศูนย์กลางตลอดการเคลื่อนที่ จึงเรียกความเร่งนี้ว่า ความเร่งสู่ศูนย์กลาง ($\vec{a}_c$)

จะได้ จากแรงสู่ศูนย์กลาง $\vec{F}_c = m\vec{a}_c$

ขนาดของความเร่ง $\vec{a}_c$ จะหาได้ดังนี้

จากรูป 2. วัตถุมวล m กำลังเคลื่อนที่เป็นแนวโค้งแบบวงกลม ด้วยความเร็ว $\vec{v}$ ณ ตำแหน่ง A และตำแหน่ง B มีขนาดความเร็ว v เท่ากัน

ใช้เวลา t

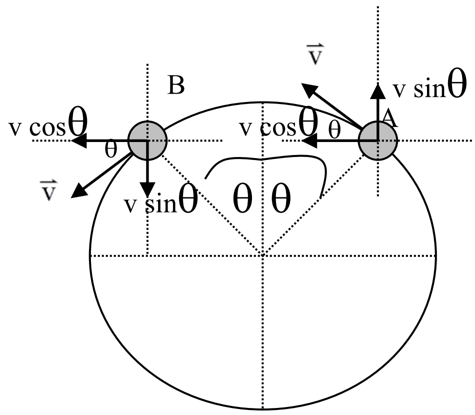
รัศมีความโค้งของการเคลื่อนเป็น R

ระยะทางที่เคลื่อนที่ได้คือ $S = 2\theta R$

จาก $v = \frac{S}{t} = \frac{2\theta R}{t}$

$t = \frac{2\theta R}{v}$

จาก $a = \frac{\Delta v}{t}$



รูป 3 แสดงองค์ประกอบของความเร็ว

จากรูป 3. ในแนวแกน x จะไม่เกิดความเร่ง เนื่องจาก ขนาดและทิศทางของความเร็วไม่เปลี่ยนแปลง

แต่ในแนวแกน y จะเกิดความเร่งเนื่องจากทิศทางของความเร็วเปลี่ยนไป จะได้

$$a = \frac{(v\sin\theta - (-v\sin\theta))}{\frac{2\theta R}{v}} = \frac{(2v\sin\theta)(v)}{2\theta R}$$

$$a = \frac{v^2 \sin\theta}{R\theta}$$, เมื่อ θ เป็นมุมเล็กมากๆ จะได้ $\sin\theta = \theta$

จะได้ $$\boxed{a = \frac{v^2}{R}}$$ ……………………..*****

เมื่อ θ เป็นมุมเล็กมากๆ จะได้ ความเร่ง a ที่เกิดขึ้นจะอยู่ในแนวแกน y และมีทิศเข้าสู่ศูนย์กลาง ดังนั้นความเร่งนี้จึงเป็นความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลาง $\vec{a}_c$

จะได้ $$\vec{a}_c = \frac{v^2}{R}$$ ……………………..*****

จะได้ $$\vec{F}_c = m\vec{a}_c$$

$$\boxed{\vec{F}_c = \frac{mv^2}{R}}$$ ……………………..*****

ปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่เป็นวงกลม

เมื่อวัตถุมีการเคลื่อนที่ สิ่งหนึ่งที่เกิดขึ้นคือ อัตราเร็ว (v) หรือ ความเร็ว ($\vec{v}$) ของวัตถุนั้น และการเคลื่อนที่ในแนวเชิงเส้น หรือ เรียกว่าอัตราเร็วเชิงเส้นหรือความเร็วเชิงเส้น เมื่อวัตถุใดมีการเคลื่อนที่รอบตำแหน่งใดๆ เช่นการเคลื่อนที่แบบวงกลม การแกว่งของลูกตุ้ม หรือการสั่นของสปริง การเคลื่อนที่นั้นจะทำให้ระยะทางของวัตถุเปลี่ยนไปแล้ว มุมที่เทียบกับตำแหน่งนั้นก็จะเปลี่ยนไปด้วย การเคลื่อนที่ในลักษณะที่ทำให้มุมเปลี่ยนไปนี้เรียกว่า เกิดอัตราเร็วเชิงมุมหรือความเร็วเชิงมุม ดังนั้นการเคลื่อนที่แบบวงกลมจะมีอัตราเร็วเชิงมุมและความเร็วเชิงมุมมาเกี่ยวข้อง ปริมาณนี้ในทางฟิสิกส์แทนด้วยสัญลักษณ์คือ ω (อ่านว่า โอเมก้า)

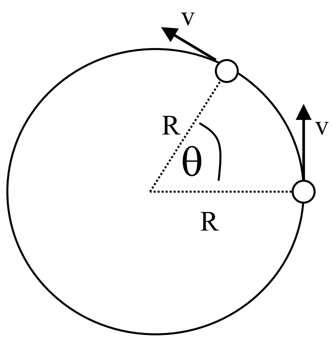
เราสามารถหาขนาดของอัตราเร็วเชิงมุมได้ดังนี้

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

เมื่อ ω คือ อัตราเร็วเชิงมุม มีหน่วยเป็น เรเดียนต่อวินาที (rad /s)

θ คือ มุมที่เคลื่อนที่กวาดไปได้ มีหน่วยเป็น เรเดียน (rad)

t คือ เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ มีหน่วยเป็น วินาที (s)



รูป 4. การเคลื่อนที่ในแบบวงกลม

ความถี่และคาบ

ความถี่ (f) ใช้กับการกระทำที่ซ้ำ หรือ ครบรอบ ในหนึ่งหน่วยเวลา

ความถี่ คือ จำนวนครั้ง หรือ จำนวนรอบ ในหนึ่งหน่วยเวลา

$$\text{ความถี่} = \frac{\text{จำนวนครั้ง (หรือ จำนวนรอบ)}}{\text{เวลา}}$$ มีหน่วยเป็น ครั้ง (หรือรอบ)ต่อวินาที , (เฮิรตซ์)

$f = \frac{n}{t}$ มีหน่วยเป็น ครั้ง (หรือรอบ) ต่อวินาที เรียกหน่วยนี้ว่า เฮิรตซ์ , (Hz)

คาบ (T) ใช้กับ เวลา ในการกระทำสิ่งนั้นๆ หนึ่งครั้งหรือ หนึ่งรอบ

คาบ คือ เวลาที่ใช้ ในหนึ่งครั้งหรือหนึ่งรอบ

$$\text{คาบ} = \frac{\text{เวลาที่ใช้}}{\text{จำนวนครั้ง (หหรือจำนวรอบ)}}$$ มีหน่วยเป็น วินาที ต่อครั้ง (หรือรอบ), วินาที (s)

$T = \frac{t}{n}$ มีหน่วยเป็น วินาทีต่อครั้ง (หรือรอบ) เรียกหน่วยนี้ว่า วินาที (s)

ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่และคาบ

จะได้ $f = \frac{1}{T}$ หรือ $T = \frac{1}{f}$

ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วเชิงเส้น (v) และอัตราเร็วเชิงมุม (ω)

การเคลื่อนที่เป็นวงกลม ระยะทางที่เคลื่อนที่ได้จะหาได้จาก

$$S = \theta R \quad \text{............................... (1)}$$

เมื่อ S คือ ระยะทางตามแนวเส้นรอบวงที่เคลื่อนที่ได้ หน่วยเป็น เมตร (m)

θ คือ มุมที่วัตถุเคลื่อนที่กวาดไปได้รอบจุดศูนย์กลาง มีหน่วยเป็น องศา หรือ เรเดียน

R คือ รัศมีของการเคลื่อนที่รอบจุดศูนย์กลาง มีหน่วยเป็น เมตร (m)

และจากสมการ $\omega = \frac{\theta}{t}$ .... (2)

แทนค่า θ จากสมการ (1) ในสมการ (2)

จะได้ $\omega = \frac{S}{tR}$, เมื่อ ($v = \frac{S}{t}$)

จะได้ $\omega = \frac{v}{R}$

หรือ $v = \omega R$ ....*****

ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วเชิงเส้น (v) อัตราเร็วเชิงมุม (ω) คาบ (T) และ ความถี่ (f)

จาก $\omega = \frac{\theta}{t}$

เมื่อมีการเคลื่อนที่ครบรอบ จะได้ $\theta = 2\pi$ และ $t = T$ เมื่อนำไปแทนค่าจะได้

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ ....*****

หรือ $\omega = 2\pi f$ ....*****

และจาก $v = \omega R$

จะได้ $v = \frac{2\pi}{T} R$ ....*****

หรือ $v = 2\pi f R$ ....*****

ตัวอย่าง โลกหมุนรอบตัวเองครบ 1 รอบ ใช้เวลา 24 ชั่วโมง และรัศมีของโลกเท่ากับ 6.37×10^{6} เมตร จงคำนวณหา

ก. อัตราเร็วเชิงมุมของวัตถุบนผิวโลก

ข. อัตราเร็วเชิงเส้น และขนาดของความเร่งสู่ศูนย์กลางของวัตถุที่อยู่บนเส้นศูนย์สูตรของโลก

วิธีทำ

ก. หาอัตราเร็วเชิงมุมของวัตถุบนผิวโลก

จาก $\omega = \frac{2\pi}{T}$, เมื่อ $T = 24 \times 3600 = 86400$ s

$$\omega = \frac{2 \times 3.142 \text{ rad}}{86400 \text{ s}} = 7.27 \times 10^{-5} \text{ rad / s}$$

ตอบ อัตราเร็วเชิงมุมของวัตถุบนผิวโลกเท่ากับ 7.27×10^{-5} เรเดียนต่อวินาที

ข. หาอัตราเร็วเชิงเส้นของวัตถุที่อยู่บนเส้นศูนย์สูตรของโลก

จาก $v = \omega R$

$$v = (7.27 \times 10^{-5} \text{ rad / s})(6.37 \times 10^{6} \text{ m})$$

$$v = 4.63 \times 10^{2} \text{ m /s}$$

ตอบ อัตราเร็วเชิงเส้นของวัตถุที่อยู่บนเส้นศูนย์สูตรของโลกเท่ากับ 463 เมตรต่อวินาที

หาขนาดของความเร่งสู่ศูนย์กลางของวัตถุที่อยู่บนเส้นศูนย์สูตรของโลก

จาก $a_c = \frac{v^2}{R}$ และ $v = \omega R$

จะได้ $a_c = \omega^2 R$

$$a_c = (7.27 \times 10^{-5} \text{ rad / s})^2 (6.37 \times 10^{6} \text{ m})$$

$$a_c = 3.37 \times 10^{-2} \text{ m / s}^2$$

ตอบ ขนาดของความเร่งสู่ศูนย์กลางของวัตถุที่อยู่บนเส้นศูนย์สูตรของโลก เท่ากับ 3.37×10^{-2} เมตรต่อ(วินาที)^2

การเคลื่อนที่บนถนนโค้ง

ขณะที่รถยนต์กำลังเลี้ยวโค้ง ได้โดยที่รถยนต์ไม่ไถลออกนอกถนน เนื่องจากมีแรงเสียดทานระหว่างพื้นถนนกับยางรถ และแรงนี้จะมีทิศเข้าสู่ศูนย์กลางความโค้งของถนน แรงสู่ศูนย์กลางนี้จะมีค่าจำกัด ขึ้นอยู่กับ รัศมีความโค้งของถนน อัตราเร็วที่รถวิ่ง เมื่อฝนตกถนนลื่น แรงเสียดทาน(แรงสู่ศูนย์กลาง)จะลดลง ดังนั้นอัตราเร็วของรถยนต์จึงควรลดลงด้วย เพื่อป้องกันการเกิดอุบัติเหตุ

ตัวอย่าง รถยนต์มวล 1,000 กิโลกรัม แล่นด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เลี้ยวโค้งบนถนนที่มีผิวอยู่ในแนวระดับและมีทางโค้ง 2 โค้ง ซึ่งมีรัศมีความโค้ง 100 เมตร และ 500 เมตร ตามลำดับ

1. แรงสู่ศูนย์กลางที่กระทำต่อรถยนต์ในแต่ละกรณีมีค่าเท่าใด
2. ถ้าแรงเสียดทานที่พื้นถนนกระทำกับยางรถในทิศเข้าสู่ศูนย์กลางมีค่าสูงสุดเท่ากับ 1,000 นิวตัน จะมีผลอย่างไรต่อการเลี้ยวโค้งของรถยนต์ทั้งสองกรณี

วิธีทำ กรณีที่ถนนระดับมีรัศมีความโค้ง 100 เมตร

จาก $$\vec{F}_c = \frac{mv^2}{R}$$

$$F_c = \frac{(1{,}000\ \text{kg})\left(\frac{60 \times 10^3}{3600}\ \text{m/s}\right)^2}{100\ \text{m}}$$

$$F_c = 2{,}778 \quad \text{N}$$

ตอบ แรงสู่ศูนย์กลางที่กระทำต่อรถยนต์กรณีที่ถนนระดับมีรัศมีความโค้ง 100 เมตร เท่ากับ 2,778 นิวตัน

กรณีที่ถนนระดับมีรัศมีความโค้ง 500 เมตร

จาก $$\vec{F}_c = \frac{mv^2}{R}$$

$$F_c = \frac{(1{,}000\ \text{kg})\left(\frac{60 \times 10^3}{3600}\ \text{m/s}\right)^2}{500\ \text{m}}$$

$$F_c = 555.6 \quad \text{N}$$

ตอบ แรงสู่ศูนย์กลางที่กระทำต่อรถยนต์กรณีที่ถนนระดับมีรัศมีความโค้ง 500 เมตร เท่ากับ 555.6 นิวตัน

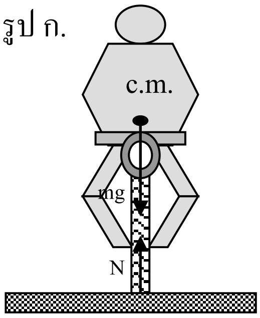
2. เนื่องจากแรงสู่ศูนย์กลางที่กระทำต่อรถยนต์มีค่าสูงสุด 1,000 นิวตัน รถยนต์จะต้องเลี้ยวโค้งด้วยแรงสู่ศูนย์กลางที่น้อยกว่าหรือเท่ากับแรงสู่ศูนย์กลางสูงสุดจึงจะเลี้ยวโค้งได้อย่างปลอดภัย

ตอบ กรณีที่รัศมีของทางโค้ง 100 เมตร ต้องใช้แรงสู่ศูนย์กลางถึง 2,778 นิวตัน ดังนั้นรถยนต์จึงไม่สามารถเลี้ยวโค้งได้ เป็นเหตุให้รถไถลออกนอกถนน แต่กรณีที่รัศมีของทางโค้ง 500 เมตรจะใช้แรงสู่ศูนย์กลางเพียง 555.6 นิวตัน ดังนั้นรถยนต์จึงสามารถเลี้ยวโค้งได้อย่างปลอดภัย

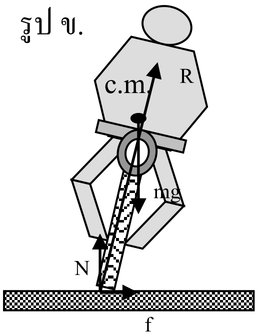
การเลี้ยวโค้งบนถนนระดับของรถจักรยานยนต์หรือรถจักรยาน

ขณะที่แล่นบนถนนระดับ จะมีแรงกระทำต่อรถกับคนมากมายรวมทั้งแรงเสียดทานที่กระทำที่ล้อให้รถเคลื่อนที่ไปข้างหน้าได้ ยังมี $m\vec{g}$ คือ น้ำหนักของรถและคน , $\vec{N}$ คือ แรงที่พื้นกระทำต่อรถและคน ในขณะที่แล่นในแนวตรง และ $\vec{f}$ คือ แรงเสียดทานที่พื้นถนนกระทำกับด้านข้างของล้อรถในทิศเข้าหาจุดศูนย์กลาง , $\vec{R}$ คือ แรงลัพธ์ของแรง $\vec{f}$ และ $\vec{N}$ เมื่อแล่นในแนวโค้งหรือเอียง พิจารณาจากรูปต่อไปนี้

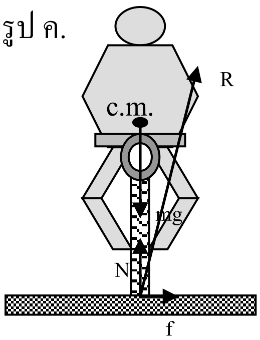
รูป ก.



รูป ข.



รูป ค.



รูป 5. แสดงแรงกระทำต่อรถจักรยานยนต์

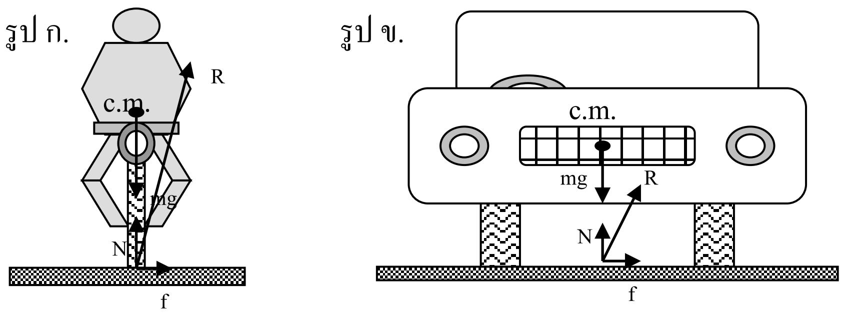
จากรูป 5 ก. พิจารณาขณะที่แล่นในแนวตรงบนถนนระดับ จะมีแรงกระทำต่อรถจักรยานยนต์หรือรถจักยาน คือ น้ำหนัก $m\vec{g}$ ของรถและคน , แรง $\vec{N}$ ที่พื้นกระทำต่อรถและคน โดยแนวของแรงทั้งสอง จะผ่านจุดศูนย์กลางมวลรวมของรถและคนอยู่ในแนวดิ่ง ทำให้รถไม่มีโมเมนต์ของแรงเกิดขึ้นที่รถ จึงทำให้รถไม่ล้ม

จากรูป 5 ข. พิจารณาขณะที่แล่นในแนวโค้งและ**เอียงรถ**บนถนนระดับ จะมีแรงกระทำต่อรถจักรยานยนต์หรือรถจักยาน คือ น้ำหนัก $m\vec{g}$ ของรถและคน , แรง $\vec{N}$ ที่พื้นกระทำต่อรถและคน และ แรงเสียดทาน $\vec{f}$ ที่พื้นถนนกระทำกับด้านข้างของล้อรถในทิศเข้าหาจุดศูนย์กลาง เป็นผลให้**เกิดแรงลัพธ์ $\vec{R}$ ของแรง $\vec{f}$ และ $\vec{N}$ เมื่อแล่นในแนวโค้ง รถจึงจำเป็นต้องเอียง** เพื่อให้แรงลัพธ์ $\vec{R}$ ผ่านจุดศูนย์กลางมวลรวมของรถและคน ทำให้รถไม่มีโมเมนต์ของแรงเกิดขึ้นที่รถ **จึงทำให้รถไม่ล้ม**

จากรูป 5 ค. พิจารณาขณะที่แล่นในแนวโค้งและ**ไม่เอียงรถ** บนถนนระดับ จะมีแรงกระทำต่อรถจักรยานยนต์หรือรถจักยาน คือ น้ำหนัก $m\vec{g}$ ของรถและคน , แรง $\vec{N}$ ที่พื้นกระทำต่อรถและคน และ แรงเสียดทาน $\vec{f}$ ที่พื้นถนนกระทำกับด้านข้างของล้อรถในทิศเข้าหาจุดศูนย์กลาง เป็นผลให้**เกิดแรงลัพธ์ $\vec{R}$ ของแรง $\vec{f}$ และ $\vec{N}$ เมื่อแล่นในแนวโค้ง เมื่อไม่เอียงรถ** แรงลัพธ์ $\vec{R}$ ก็จะไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวลรวมของรถและคน ทำให้รถมีโมเมนต์ของแรงเกิดขึ้นที่รถ **จึงทำให้รถล้ม**

การยกขอบถนนโค้ง

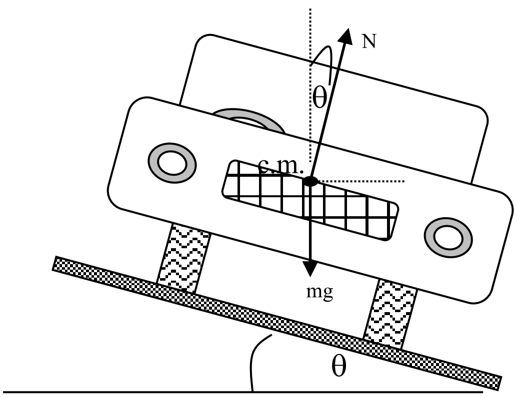
เพื่อให้การเลี้ยวโค้งปลอดภัยขึ้น ด้วยความเร็วที่แตกต่างจากถนนโค้งในแนวระดับ โดยมีหลักให้แรงลัพธ์ $\vec{R}$ ผ่านจุดศูนย์กลางมวลรวมของรถและคน ทำให้รถไม่มีโมเมนต์ของแรงเกิดขึ้นที่รถ พิจารณาจากรูปต่อไปนี้



รูป 6. แรงกระทำต่อรถขณะที่กำลังแล่นเลี้ยวโค้งบนถนนพื้นระดับ

จากรูป 6 ก. และ รูป6 ข. เมื่อแล่นบนถนนโค้งแล้วไม่มีการเอียงรถ แรงลัพธ์ จะไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวลรวมของรถและคน ทำให้รถมีโมเมนต์ของแรงเกิดขึ้นที่รถ จึงทำให้รถล้มหรือพลิกคว่ำได้

ดังนั้นวิศวกรจึงออกแบบถนนโดยการยกขอบถนนโค้ง เพื่อให้รถแล่นด้วยความปลอดภัย ด้วยความเร็วที่เป็นไปได้ โดยไม่อาศัยแรงเสียดทาน $\vec{f}$ ยกเว้นรถแล่นด้วยอัตราเร็วที่ไม่พอดีรถจึงจะอาศัยแรงเสียดทาน $\vec{f}$ ช่วย



รูป 7. แรงกระทำต่อรถขณะที่กำลังแล่นเลี้ยวโค้งบนถนนเอียงทำมุมพื้นระดับ

จากรูป 7. เมื่อยกขอบถนน เมื่อแล่นด้วยอัตราเร็วที่เป็นไปได้ จะไม่มีแรงเสียดทาน $\vec{f}$ ที่ด้านข้างของล้อรถ จะมีแรงกระทำที่รถคือ น้ำหนัก $m\vec{g}$ ของรถและคน และแรง $\vec{N}$ ที่พื้นกระทำต่อรถและคน โดย องค์ประกอบของแรง $\vec{N}$ ที่ขนานกับพื้นระดับ (ไม่ใช่พื้นถนน) จะทำให้เกิดแรงสู่ศูนย์กลาง คือ $\vec{F}_c$ ดังนั้นเราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่า ความเอียงของถนน (การยกขอบถนน) สัมพันธ์กับอัตราเร็วที่เป็นไปได้ดังนี้

จาก $$\vec{F}_c = \frac{mv^2}{R}$$

ดังนั้น $$N \sin\theta = \frac{mv^2}{R}$$

และ $$N \cos\theta = mg$$

จะได้ $$\frac{N \sin\theta}{N \cos\theta} = \frac{mv^2}{Rmg}$$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$$

สมการ $\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$ แสดงให้เห็นว่าในการสร้างถนนทางโค้งเอียงทำมุมกับแนวระดับนั้นต้องคำนึงถึงอัตราเร็วของรถขณะเลี้ยวและรัศมีของทางโค้งเพื่อให้การขับรถปลอดภัย

ตัวอย่าง รถยนต์คันหนึ่งแล่นด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง บนถนนโค้งที่มีรัศมีความโค้ง 150 เมตร ถ้าไม่คิดแรงเสียดทาน พื้นถนนควรเอียงทำมุมเท่าไร กับแนวระดับรถจึงจะเลี้ยวได้อย่างปลอดภัย

วิธีทำ การหามุมที่พื้นถนนทำกับแนวระดับ หาได้จากสมการ

$$\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$$

แทนค่า
$$\tan\theta = \frac{(16.67\ \text{m/s})^2}{(150\ \text{m})(9.8\ \text{m/s}^2)} = 0.189$$

$$\theta = 10.5^\circ$$

คำตอบ พื้นถนนจะต้องเอียงทำมุม 10.5 องศากับแนวระดับรถจึงจะเลี้ยวได้อย่างปลอดภัย

ตัวอย่าง รถยนต์มวล 1,550 กิโลกรัม แล่นเลี้ยวบนถนนระดับ ซึ่งมีรัศมีความโค้ง 50 เมตร ด้วยอัตราเร็ว 36 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาแรงเสียดทานระหว่างพื้นถนนกับยางรถที่มีค่าน้อยที่สุดที่ทำให้รถยนต์สามารถเลี้ยวได้อย่างปลอดภัย

วิธีทำ แรงเสียดทานระหว่างพื้นถนนกับยางรถที่มีค่าน้อยที่สุดที่ทำให้รถยนต์สามารถเลี้ยวโค้งได้ คือแรงสู่ศูนย์กลาง

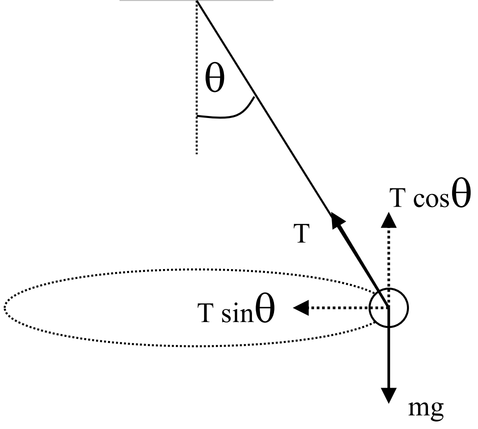
$$\vec{F}_c = \frac{mv^2}{R}$$

$$F_c = \frac{(1{,}550\ \text{kg})(10\ \text{m/s})^2}{50\ \text{m}}$$

$$F_c = 3{,}100\ \text{N}$$

คำตอบ แรงเสียดทานระหว่างพื้นถนนกับยางที่มีค่าน้อยที่สุดที่ทำให้รถยนต์สามารถเลี้ยวได้อย่างปลอดภัยเท่ากับ 3,100 นิวตัน

ตัวอย่าง ถ้าแกว่งเชือกยาว L ซึ่งมีวัตถุมวล m ผูกที่ปลายให้เคลื่อนที่แบบเพนดูลัมกรวย โดยให้แนวเส้นเชือกทำมุม θ กับแนวดิ่ง รัศมีของการเคลื่อนที่แบบวงกลมเท่ากับ r และวัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงตัว v จงหามุม θ ที่เส้นเชือกทำกับแนวดิ่ง



วิธีทำ ให้ T เป็นแรงดึงในเส้นเชือก แรงองค์ประกอบของ T ในแนวระดับเท่ากับ T $\sin\theta$ ซึ่งเป็นแรงสู่ศูนย์กลาง

จาก
$$\vec{F}_c = \frac{mv^2}{R}$$

แทนค่า
$$T\sin\theta = \frac{mv^2}{R}$$

แรงองค์ประกอบของ T ในแนวดิ่งคือ $T\cos\theta$ ซึ่งมีขนาดเท่ากับน้ำหนัก mg แต่กระทำวัตถุในแนวตรงข้ามกัน ในสมดุล

$$T\cos\theta = mg$$

จะได้

$$\frac{T\sin\theta}{T\cos\theta} = \left(\frac{mv^2}{R}\right)\left(\frac{1}{mg}\right)$$

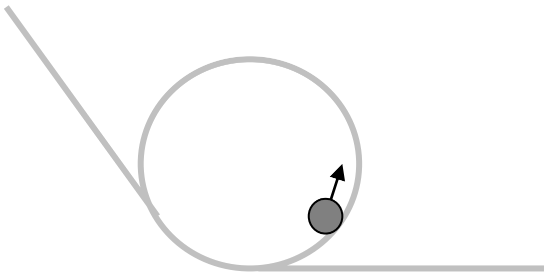
$$\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$$

คำตอบมุมที่เส้นเชือกทำกับแนวดิ่งเท่ากับ $\tan^{-1}\left(\frac{v^2}{Rg}\right)$

การเคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบดิ่ง

การเคลื่อนที่แบบวงกลมในระนาบดิ่ง ได้แก่

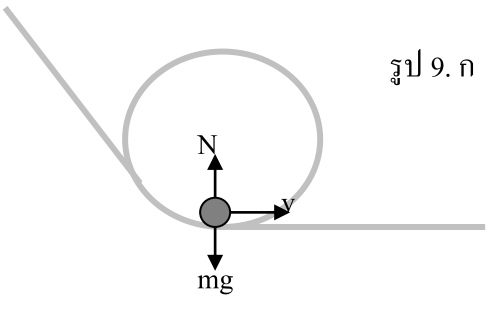
การเคลื่อนที่ของลูกกลมโลหะไปตามรางรูปวงกลมในระนาบดิ่ง ทุกๆหนแห่งที่ลูกกลมโลหะเคลื่อนที่ผ่านจะมีแรงสู่ศูนย์กลางกระทำต่อลูกกลมโลหะเพื่อเปลี่ยนทิศของความเร็ว แรงสู่ศูนย์กลางมีค่าเป็นอย่างไร เมื่อลูกกลมโลหะอยู่ ณ ตำแหน่งต่างๆ ในรางรูปวงกลม ดังรูป 8. ดัวนั้นจะต้องระลึกว่าเพราะลูกกลมถูกแรงโน้มถ่วงกระทำอยู่ตลอดเวลาด้วย ผลของแรงโน้มถ่วงที่กระทำนี้ จะทำให้อัตราเร็วของการเคลื่อนที่ไม่สามารถจะรักษาให้คงตัวได้ แต่จะต้องเป็นไปตามหลักการอนุรักษ์พลังงาน ซึ่งจะได้เรียนในบทต่อไป



รูป 8. การเคลื่อนที่เป็นวงกลมในระนาบดิ่ง

การคิดหาค่าแรงที่ต้องการที่จะกระทำให้วัตถุวิ่งโค้ง อาจทำได้ตามหลักเกณฑ์ปกติ เช่น กรณีลูกกลมโลหะอยู่ ณ ตำแหน่งล่างสุดของรางวงกลม แรงที่รางกระทำกับวัตถุจะเป็นเท่าใด ขณะที่วัตถุมีอัตราเร็ว v แล้รางมีรัศมีความโค้งเป็น R

ถ้าให้ F_c เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง จากรูป 9. ก จะได้



รูป 9. ก

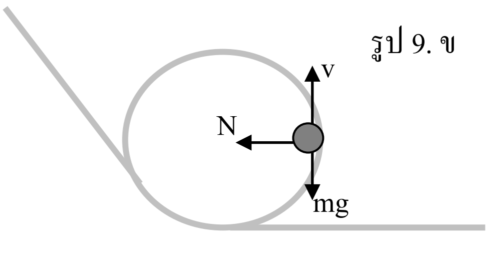
จาก $F_c = \frac{mv^2}{R}$

จะได้ $F_c = N - mg$

แสดงว่า แรงที่รางดันลูกกลมโลหะในทิศตั้งฉากกับราง คือ N

จะได้ $N = \frac{mv^2}{R} + mg$ ....*****

ถ้าให้ F_c เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง จากรูป 9. ข จะได้



รูป 9. ข

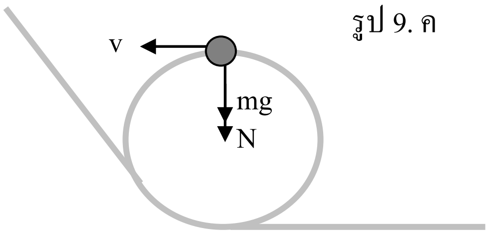
จาก $F_c = \frac{mv^2}{R}$

จะได้ $F_c = N$

แสดงว่า แรงที่รางดันลูกกลมโลหะในทิศตั้งฉากกับราง คือ N

จะได้ N $= \frac{mv^2}{R}$ ....*****

รูป 9. ค



ถ้าให้ F_c เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง จากรูป 9. ค จะได้

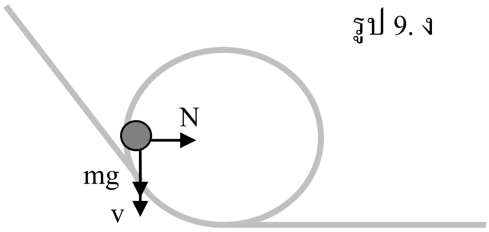
จาก $F_c = \frac{mv^2}{R}$

จะได้ $F_c = N + mg$

แสดงว่า แรงที่รางดันลูกกลมโลหะในทิศตั้งฉากกับราง คือ N

จะได้ $N=\frac{mv^2}{R} - mg$ ....*****

รูป 9. ง



ถ้าให้ F_c เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง จากรูป 9. ง จะได้

จาก $F_c = \frac{mv^2}{R}$

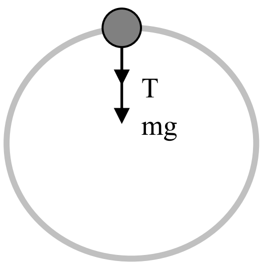
จะได้ $F_c = N$

แสดงว่า แรงที่รางดันลูกกลมโลหะในทิศตั้งฉากกับราง คือ N

จะได้ $N=\frac{mv^2}{R}$ ....*****

ตัวอย่าง ผูกวัตถุมวล 1 กิโลกรัม ด้วยเส้นเชือกยาว 1 เมตร แกว่งวัตถุให้เคลื่อนที่ในแนววงกลมในระนาบดิ่ง ขณะวัตถุเคลื่อนที่มาถึงตำแหน่งต่ำสุด วัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 10 เมตรต่อวินาที จงหาอัตราเร็ว ณ ตำแหน่งสูงสุด เมื่อแรงตึงในเส้นเชือกเท่ากับ 6 นิวตัน

วิธีทำ อัตราเร็ว ณ ตำแหน่งสูงสุดหาได้ดังนี้



จาก $F_c = \frac{mv^2}{R}$

จะได้ $F_c = T + mg$

จะได้ $T + mg = \frac{mv^2}{R}$

$v^2 = R (T + mg) / m = (1\ kg) (6\ N + (1\ kg)(10\ m/s^2)) / (1\ kg)$

$v^2 = 16\ (m/s)^2$

$v = 4\ m/s$

คำตอบ อัตราเร็ว ณ ตำแหน่งสูงสุดเท่ากับ 4 เมตรต่อวินาที

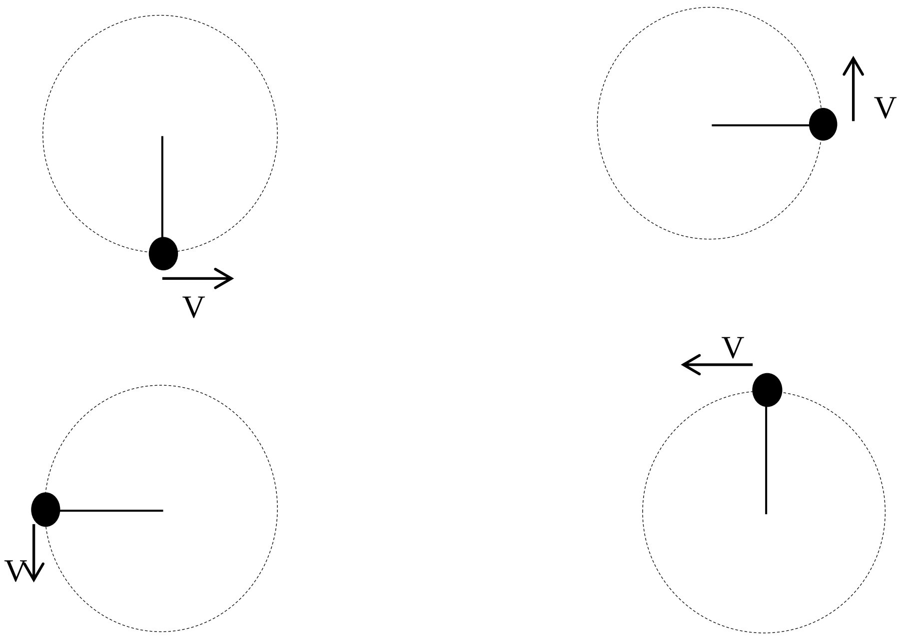
แบบฝึกหัดเรื่องการเคลื่อนที่แบบวงกลม

1. จงอธิบายลักษณะของการเคลื่อนที่แบบวงกลม แล้วยกตัวอย่างในชีวิตประจำวันอย่างน้อย 3 ตัวอย่าง

....

....

2. จงเขียนแรงที่กระทำกับวัตถุที่ผูกด้วยเชือกแล้วแกว่งเป็นวงกลมในแนวดิ่ง ณ ที่ตำแหน่งต่างๆ



3. จงเขียนสมการดังต่อไปนี้

ความเร่งสู่ศูนย์กลาง ....

แรงสู่ศูนย์กลาง(ในเทอมของความเร่งสู่ศูนย์กลาง)...

แรงสู่ศูนย์กลาง(ในเทอมของความเร็ว)...

4. จงเขียนเหตุการณ์ที่ทำให้วัตถุก้อนกลมเคลื่อนที่เป็นวงกลมแล้วมี **ความถี่** เท่ากับ 5 Hz

....

....

5. จงเขียนเหตุการณ์ที่ทำให้วัตถุก้อนกลมเคลื่อนที่เป็นวงกลมแล้วมี **คาบ** เท่ากับ 2 วินาที

....

....

6. จงอธิบายสาเหตุที่ทำให้รถแล่นบนทางโค้งได้และดวงจันทร์สามารถโคจรรอบโลกได้

รถแล่นบนทางโค้ง..

....

ดวงจันทร์โคจรรอบโลก...

....

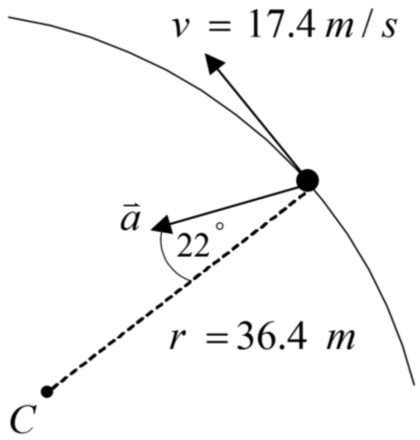
<u>แบบฝึกหัด</u>

1.ดวงจันทร์หมุนรอบโลกครบรอบใช้เวลา 27.3 วัน สมมติให้วงโคจรเป็นวงกลมมีรัศมีความโค้ง 3.82×10^{8} เมตร จงคำนวณหาขนาดของความเร่งของดวงจันทร์เข้าสู่โลก

2.อนุภาคกำลังเคลื่อนที่เป็นส่วนโค้งของวงกลมด้วยรัศมี 3.64 เมตร ณ จุดเวลา อนุภาคมีความเร็วเชิงเส้นสัมผัส 17.4 เมตร/วินาที และมีความเร่งในทิศทาง 22.0° จากแนวเข้าสู่จุดศูนย์กลาง จงหา

(a) อัตราเร่งในแนวเส้นสัมผัสทางเดิน

(b) ขนาดของความเร่ง

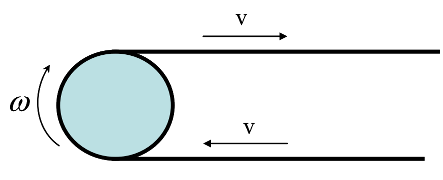


3.นักแข่งจักรยาน ปั่นจักรยานด้วยอัตราเร็ว 10.0 m/s ในสนามแข่งวงกลม ที่มีระยะทางรอบสนาม 150.0 m

a) มีความเร่งสู่ศูนย์กลางเท่าไร

b) นักแข่งจักรยาน ปั่นจักรยานด้วยอัตราเร็วเท่าไรในสนามเดิม จึงจะมีความเร่งสู่ศูนย์กลางเท่ากับความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงโลก

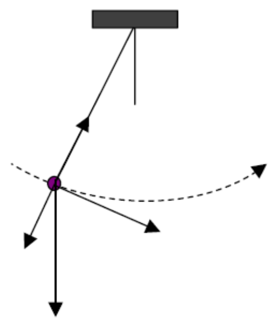
4.ล้อหมุนสายพานขนาดรัศมี 25 cm หมุนด้วยความถี่ 20 Hz สายพานจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่าไร



5.รถคันหนึ่งวิ่งเป็นบนถนนวงกลมรัศมี 45 เมตร ถ้าสัมประสิทธ์ความเสียดทานสถิตระหว่างล้อ กับถนน คือ 0.82 จงหาความเร็วที่รถสามารถเลี้ยวโค้งได้โดยไม่แหกโค้ง

6.ถ้าทางโค้งเอียงทำมุม θ กับแนวระดับ และถนนไม่มีแรงเสียดทาน รถเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v =11.1 m/s จงหามุม θ ที่เหมาะสม ทำให้รถไม่ลื่นไถล

7. ลูกตุ้มมวล 0.1 กิโลกรัม ผูกกับเชือกยาว 1 เมตร แกว่งไปมาในแนวดิ่ง ขณะที่เชือกกำลังทำมุม θ = 30 องศากับแนวดิ่ง ลูกตุ้มมีความเร็ว 2 เมตร/วินาที จงหา



ก) ความเร่งในแนวรัศมีและความเร่งในแนวสัมผัสเส้นทางการเคลื่อนที่แบบวงกลม

ข) ขนาดและทิศทางของความเร่งลัพธ์

8.เหรียญ 2 อัน มวล 8.0 g เท่ากัน วางห่างกัน 200 cm จงหาอัตราส่วน F/W ให้ F เป็นแรงดึงดูดของเหรียญ และ w เป็นน้ำหนักของเหรียญแต่ละอัน